



**Zadania na XIV Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejfi
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Finał

26 kwietnia 2014 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Udowodnij, że jeżeli równanie $x^4 + 2ax + b = 0$ ma pierwiastek dwukrotny, to $27a^4 - 16b^3 = 0$.
2. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c, d zachodzi:

$$a^6 + b^3 + c^2 + d \geq 2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{abcd}.$$

3. Liczby rzeczywiste a, b, c są różne od zera i spełniają warunki:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = k \text{ i } \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a} = l.$$

Wyznaczyć za pomocą k i l sumę: $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{c^3}{a^3}$.

4. Dwa okręgi o promieniach R i r są styczne zewnętrznie. Poprowadzono zewnętrzną styczną do obu okręgów. Oblicz promień okręgu wpisanego w powstały trójkąt krzywoliniowy.
5. Na okręgu o promieniu 5 opisano trapez równoramienny. Odległość punktów styczności położonych na ramionach wynosi 8. Oblicz pole trapezu.

Powodzenia!